

**Белова Г.В.,**  
**зам. директора по УВР**  
**СОШ №34, Петрозаводск**

## **Формирование навыков исследовательской деятельности на уроках математики**

5 класс. Общеобразовательная школа

### **Оглавление**

|                                                                                                                                                                |           |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>ФОРМИРОВАНИЕ НАВЫКОВ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ .....</b>                                                                          | <b>1</b>  |
| 5 КЛАСС. ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ШКОЛА.....                                                                                                                        | 1         |
| <b>ВМЕСТО ВВЕДЕНИЯ .....</b>                                                                                                                                   | <b>1</b>  |
| <b>1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ.....</b>                                                                                                                                 | <b>2</b>  |
| 1.1. ОБ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ.....                                                                                                                    | 2         |
| 1.2. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ.....                                                                                                    | 3         |
| 1.3. СХЕМА ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ.....                                                                                                                 | 4         |
| 1.4. ТРИ ЭТАПА ОРГАНИЗАЦИИ ДЕТСКОЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЫ С УЧАЩИМИСЯ СРЕДНЕГО ЗВЕНА НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ.....                                               | 4         |
| <b>2. РАБОТА С УЧАЩИМИСЯ 5 КЛАССОВ .....</b>                                                                                                                   | <b>4</b>  |
| 2.1. ОБЩЕЕ ОПИСАНИЕ.....                                                                                                                                       | 4         |
| 2.2 ПРИЛОЖЕНИЯ .....                                                                                                                                           | 9         |
| 2.2.1. <i>Практическая работа. Параллелепипед. 5 класс .....</i>                                                                                               | <i>9</i>  |
| 2.2.2. <i>Материалы к мастер-классу конференции «Развитие творческих способностей в процессе обучения и воспитания на основе ТРИЗ» (Челябинск - 2007).....</i> | <i>11</i> |
| 1. Тема «Умножение на 5».....                                                                                                                                  | 11        |
| 2. Построение определения окружности.....                                                                                                                      | 13        |

### **Вместо введения**

*Из реального урока математики в 5 классе:*

*Тема урока «Задачи на движение с течением».*

*Учитель: «Составьте свою задачу, в которой скорости объектов влияют друг на друга».*

*Учащиеся составляют типовые задачи на движение по реке, озеру. Стараются разнообразить сюжетную линию. Вводят несколько типовых объектов (лодка, катер, теплоход, баржа, лайнер, пловцы). Меняют числовые данные, единицы измерения величин.*

*Ученик Н. долго не поднимал руку. Наконец, говорит: «Улитка движется по черепахе со скоростью  $a$  см/мин, а эта черепаха ползет по бегемоту со скоростью  $b$  см/мин, а бегемот идет к реке со скоростью  $c$  м/мин. С какой скоростью движется к реке улитка?»*

*В классе явное оживление. Задача вызвала повышенный интерес. Она имеет не единственное решение, содержит ловушку с единицами измерения, сюжетная линия нестандартная. У учащихся масса вопросов, предложений, идей по усовершенствованию задачи (как упростить, как усложнить её).*

*Не задача, а подарок.*

*«Хорош подарок!» скажет учитель.*

*«В классе шум, учащиеся просят в библиотеку узнать скорости бегемота, черепах и улиток. За одной партией спорят, складывать или вычитать скорости, за другой уже чертят схему, третьи допекают автора кучей уточнений по содержанию задачи, кто-то завис на вопросе о реальности сюжета. Детей из этого уже не вытащить! А как же план урока?! И вообще таких задач в учебнике нет, значит, и на экзаменах быть не может. Зачем все это надо?»*

*Что же делать в той ситуации учителю?*

*Хотели бы вы иметь такого ученика? Хотя бы одного? А много? А в обычной школе?*

Ответ сегодня в массовой школе однозначным не будет. С такими учениками рушится школа-фабрика. А школа творчества ещё не создана.

Педагогическое сообщество признает, что для современного выпускника школы мало хороших знаний, умений и навыков по школьной программе. В большинстве программ развития школ уже сейчас прописано, что выпускник должен успешно социализироваться в современном мире. А это значит быть готовым работать творчески: видеть проблемы, иметь навыки анализа проблем, мыслить стратегически, принимать решения.

«Новая центральная задача школы научить детей жить в динамичном быстро меняющемся мире, понимать новые реалии, быстро ориентироваться, обучаться, принимать самостоятельные решения»<sup>1</sup>.

Другой вопрос — как это сделать.

## 1. Общие положения

### 1. 1. Об исследовательской деятельности

Наряду с классическими ЗУН необходимо формировать исследовательское поведение школьников. Под исследовательским поведением, согласно А.И. Савенкову, понимается вид поведения, выстроенного на базе поисковой активности, направленный на изучение нестандартного объекта или разрешение нетипичной ситуации.

Под поисковой активностью понимается поиск в неопределенной ситуации.

Схема действия механизма исследовательского поведения (ИП) по А.И. Савенкову<sup>2</sup>



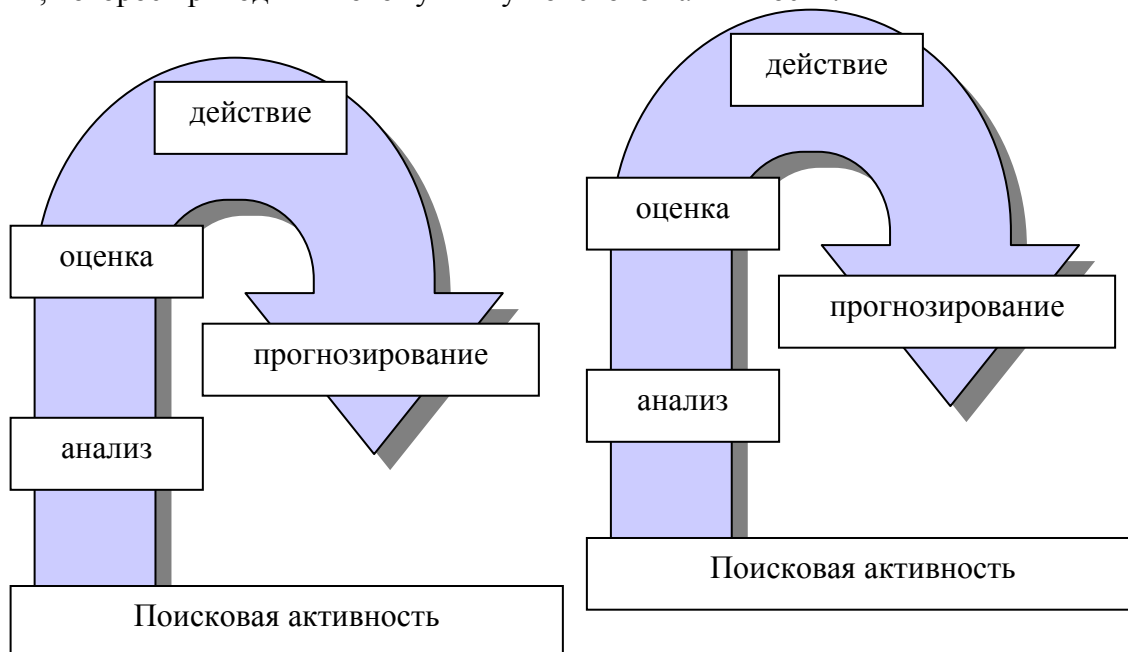
Таким образом, исследовательская деятельность — особый вид деятельности, порождаемый в результате функционирования механизма поисковой активности и строящийся на базе исследовательского поведения.

В отличие от поисковой активности исследовательская деятельность включает в себя аналитическое мышление: анализ, синтез, классификацию и другие мыслительные опера-

<sup>1</sup> Гин А.А. Школа против образования. / [www-документ] url <http://www.trizway.com/art/article/145.html>

<sup>2</sup> Савенков А.И. Исследовательское обучение и проектирование в современном образовании. / [www-документ] url [http://www.abitu.ru/researcher/methodics/teor/a\\_1xitfn.html](http://www.abitu.ru/researcher/methodics/teor/a_1xitfn.html)

ции, оценку результатов, построение гипотез, моделирование, планирование дальнейших действий, которое приводит к новому витку поисковой активности.



Эта схема полностью совпадает с общими путями научного познания.

### **1.2. Последовательность исследовательской деятельности**

Приведем этапы научной творческой деятельности (по Мельниковой Е.Л.<sup>3</sup>)

1. Постановка проблемы — возникновение проблемной ситуации, осознание ее противоречия, формулирование проблемы. В результате проблема — вопрос, схватывающий противоречие проблемной ситуации, поставленный для разрешения.

2. Поиск решения — выдвижение гипотез и их проверка. В результате решение проблемы — понимание нового знания.

3. Выражение решения — выражение нового знания научным языком в принятой форме. В результате — продукт — рукопись (книги, статьи, диссертации, доклада).

4. Реализация продукта — публичное представление продукта. В результате — публикация, выступление.

Творческая учебная деятельность — аналог научной творческой деятельности.

Она содержит те же этапы.

Первый и второй этапы осуществляются на уроке введения нового знания, во внеклассной, индивидуальной работе с учащимися.

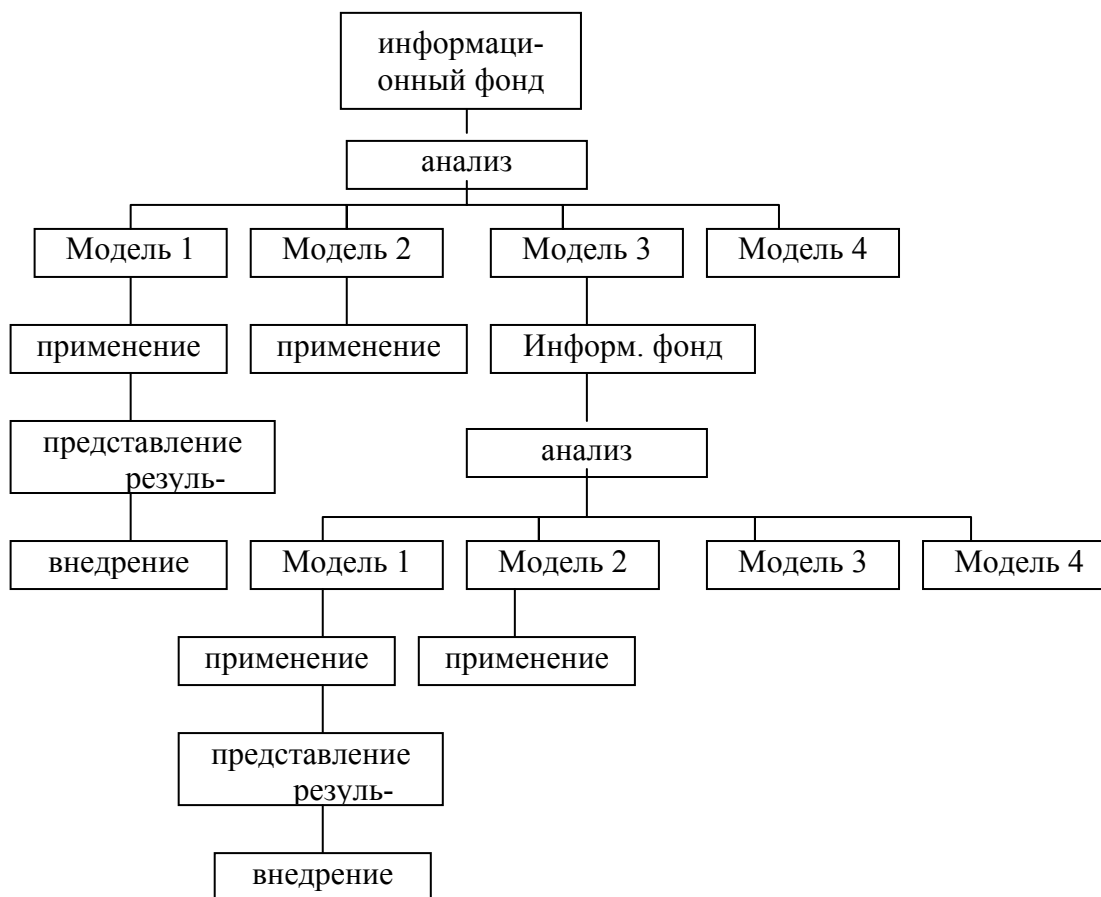
Отличие в том, что новизна и ценность субъективны.

В своей работе мы опираемся на эту последовательность действий в сочетании с одним из вариантов структуры исследовательской работы, принятом в ТРИЗ сообществе:

**деятельность по сбору информации — формирование модели — анализ — сбор дополнительной информации в рамках модели — анализ (выявление и разрешение противоречий) — новая модель — ...**

<sup>3</sup>Мельникова Е.Л. Из лекции, прочитанной в Петрозаводском ИУУ (2006 г.).

### 1.3. Схема исследовательской деятельности.



### 1.4. Три этапа организации детской исследовательской работы с учащимися среднего звена на уроках математики.

1 этап (5-6 класс). Поисковая исследовательская работа на уроке под руководством учителя.

Этот этап предполагает постепенное формирование каждого элемента исследования в процессе фронтальной и групповой работы с учащимися по сбору информации, по анализу, по формированию модели.

2 этап (7-8 класс). Детские квази исследовательские работы.

На учебном материале ребенок (группа детей) самостоятельно выполняет все этапы исследовательской работы и делает свое собственное открытие известных в науке фактов — квази открытие. Учитель помогает сформулировать задачу и организует работу по обсуждению результатов.

3 этап (8-9 класс). ДИР, выходящие за рамки школьной программы.

Ученик советуется с учителем только в выборе темы работы, далее он работает самостоятельно. Промежуточные результаты обсуждаются с учителем. Итоговые — выносятся на обсуждение научного общества учащихся (НОУ) в рамках школьной научно-практической конференции.

Подготовленные таким образом учащиеся могут продолжать исследовательскую работу в старших классах по любому направлению, под руководством преподавателей ВУЗов.

## 2. Работа с учащимися 5 классов

### 2.1. Общее описание

С 2005 года наша школа работает по учебно-методическому комплексу И. И. Зубаревой и А. Г. Мордковича Математика 5 класс и Математика 6 класс.

Весь УМК построен на принципах развивающего обучения. Материалы учебника и рабочих тетрадей можно использовать для внедрения проблемно-поисковой и исследовательской технологий в учебный процесс.

Используя материалы учебника, дополняя их своими материалами, мы строим систему формирования навыков исследовательской деятельности у пятиклассников.

Система формирования навыков строится в логике изучения математического объекта с применением инструментов ТРИЗ:

| Этап изучения математического объекта                              | Инструменты ТРИЗ                                  |
|--------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| Определение <sup>4</sup>                                           | групповой лифт (или «круги Эйлера» <sup>1</sup> ) |
| Элементы (основные и дополнительные)                               | системный лифт                                    |
| Свойства                                                           | построение моделей                                |
| Признаки (необходимые и достаточные условия существования объекта) | построение моделей                                |
| Применение                                                         | Конструирование                                   |

В 5 классе с неподготовленными детьми полезно начинать работу с готовых фондов. Это могут быть фонды из учебника.

Например, §1 учебника Математика-5 содержит три готовых фонда для работы с учащимися и два фонда есть в неявном виде.

Первый фонд представлен в виде таблицы — разрядной сетки, в которой трехзначное число смещается на одну клетку вправо. Второй фонд такой же, но число смещается на одну клетку влево. Авторы учебника предлагают ученику прочитать и записать числа и проанализировать полученные результаты.

А что значит проанализировать?

Мы даем учащемуся опору, которая обеспечивает правильное понимание задания, необходимую последовательность действий, планирует его действия и результат.

1. Закончи фразу: «В первой строке я вижу..., пишу число..., во второй строке я вижу..., пишу число...».

2. Ответь на вопросы (работаем с записанными числами, как с новым фондом):

- Что в записи чисел общее?

- Чем отличаются записи чисел?

- Сравни эти числа друг с другом по значению?

3. А теперь свяжем изменение числа с записью в таблице разрядов, получим вывод.

Закончи фразу: «Если число в разрядной сетке сдвинуть вправо на 1 разряд, то оно...»

Аналогично — на 2 разряда, 3 разряда и т.д.

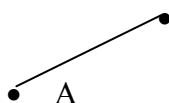
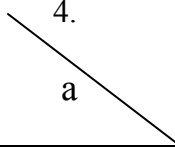
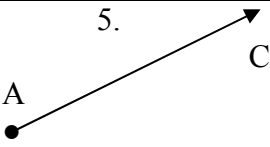
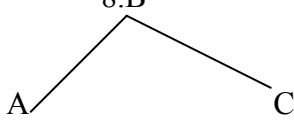
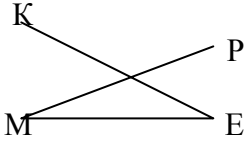
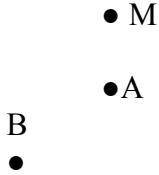
Внимание учащихся фиксируется не только на полученном выводе, но и на процессе его получения, проводится рефлексия.

Со вторым фондом предлагаем поработать самостоятельно (в парах, группах), используя опыт работы с 1 таблицей. Работа со вторым фондом обеспечивает закрепление полученных навыков: алгоритм востребован, отрабатывается, присваивается.

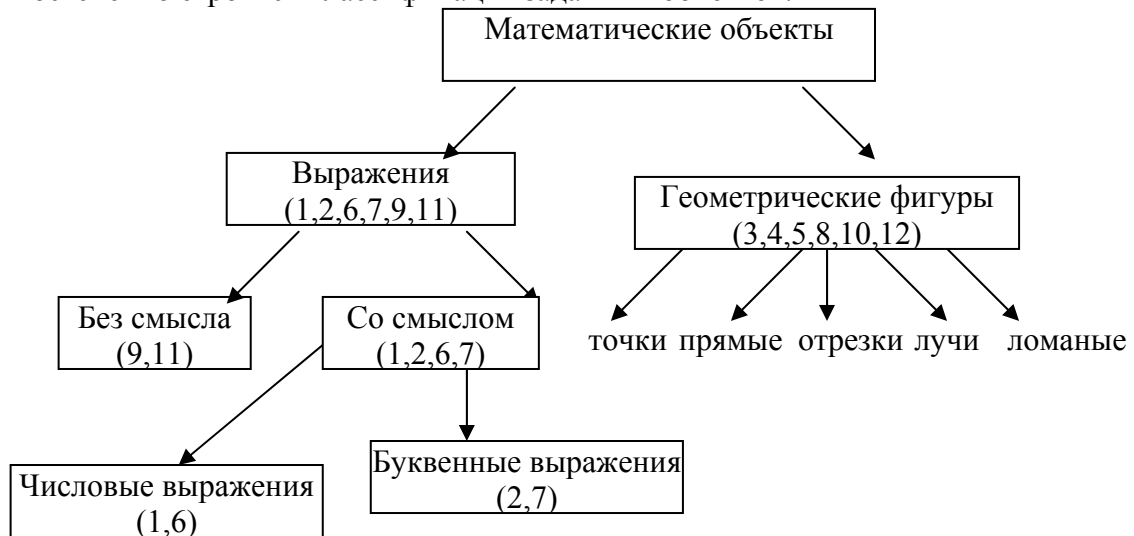
Готовый фонд может быть создан учителем специально к уроку.

<sup>4</sup> Белова Г.В., Драган Е.А., Нестеренко А.А. Системный подход к работе с определением. [www-документ] url [http://www.trizminsk.org/e/2350002\\_4.htm](http://www.trizminsk.org/e/2350002_4.htm)

Например.

|                                                                                         |                                                                                          |                                                                                         |                                                                                            |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1.<br>$25 : 5 + 7$                                                                      | 2.<br>$75 - 2X + Y$                                                                      | 3.<br> | 4.<br>  |
| 5.<br> | 6.<br>$(18 - 9) : 3$                                                                     | 7.<br>$1000007 \cdot a$                                                                 | 8.<br>  |
| 9.<br>$5 + + + 7459 - : 2$                                                              | 10.<br> | 11.<br>$(12 + 777714) : 0$                                                              | 12.<br> |

- Вам предстоит упорядочить карточки.
  - Разделите математические объекты на 2 группы.
  - Назовите номера тех математических объектов, которые можно собрать в одну группу.
  - По какому основанию объединяли объекты? Что в них общего?
  - А в другую группу (3,4,5,8,10,12).
  - Как можно назвать одним словом объекты 1 группы? (выражения),
  - Как можно назвать объекты 2 группы? (геометрические фигуры).
- Постепенно строится классификация заданных объектов.



Фонд может быть получен в результате выполнения упражнения фронтально, самостоятельно, в парах, в группах.

Пример 1 (см. материалы [мастер-класса](#)).

Заполни таблицу

|            |  |  |  |  |
|------------|--|--|--|--|
| a          |  |  |  |  |
| a · 5      |  |  |  |  |
| a : 10 : 2 |  |  |  |  |

Пример 2

Практическая работа.

Параллелепипед. 5 класс (фрагменты, см [приложение](#)).

**Задача**

«Как надо изменить размеры параллелепипеда, чтобы периметр увеличился в 2 раза?»

Приведите примеры со своими числами (запишите в таблицу)

Установите закономерность.

Сформулируйте вывод в виде правила «Если ..., то ...»»

| Длина | ширина | высота | периметр | вывод          |
|-------|--------|--------|----------|----------------|
|       |        |        |          | Если<br><br>то |
|       |        |        |          |                |
|       |        |        |          |                |
| a     | b      | c      | P        |                |
|       |        |        | 2P       |                |

**Задача**

«Как надо изменить размеры параллелепипеда, чтобы его объем увеличился в 2 раза?»

Приведите примеры со своими числами.

Установите закономерность.

Сформулируйте вывод в виде правила «Если ..., то ...»».

| Длина | ширина | Высота | Объем | вывод |
|-------|--------|--------|-------|-------|
|       |        |        |       | Если  |
|       |        |        |       |       |
|       |        |        |       | то    |
|       |        |        |       |       |
|       |        |        |       | Если  |
|       |        |        |       |       |
|       |        |        |       | то    |
|       |        |        |       |       |
| a     | b      | c      | V     | Если  |
|       |        |        | 2V    |       |
|       |        |        | 2V    |       |
|       |        |        | 2V    |       |
|       |        |        |       | то    |

Последняя задача не просто является открытой. Она вообще не имеет решения для пятиклассника. Мы предлагаем ученикам эту задачу с целью показать, что в математике есть и нерешенные задачи, которые еще предстоит решить (или доказать, что решение невозможно). Это особенно полезно для сильных учеников, у которых при изучении стандартного курса практически не возникает серьезных проблем.

Специальные упражнения (см. описание [мастер-класса](#)) — по сбору информации, по формированию модели, по анализу детских копилочек на материале уроков математики в пятом классе дают представление о задуманной системе. В результате кроме классических знаний, умений и навыков на уроках математики формируются навыки исследовательской деятельности:

- навыки узнавания, восприятия информации, предъявляемой в виде фондов, различных по виду и объему (текстов, таблиц, наборов карточек, предметов, рисунков, чертежей...);
- навыки по сбору информации (из учебников, справочников, из своего опыта, как результат конструирования, эксперимента, типового упражнения...);
- навыки сравнения, сопоставления, классификации (при работе с определениями, при анализе фондов, при конструировании);
- навыки обобщения (при анализе фондов, при моделировании);

- навыки критического мышления, построения гипотез и их оценки (при моделировании, конструировании);
- навыки доказательства, построения логических цепочек (оборот «Если..., то...»)
- навыки самооценки;
- навыки элементарного планирования действий;
- навыки исследовательской деятельности под руководством учителя (см. описание [мастер-класса](#)).

Мы не меняем тематическое планирование, содержание обучения.

Наша работа не искажает целей изучения математики в 5 классе, обеспечивает выполнение требований к математической подготовке учащихся 5 класса.

Она способствует развитию как познавательной активности, так и навыков исследовательской деятельности учащихся.

Сформированные дополнительно навыки исследовательской деятельности позволят педагогу строить в следующих классах систему преподавания, в которой найдется и место, и время для продуктивной творческой учебной деятельности, побочным результатом которой станут мотивированные ЗУНы по математике. А учащиеся будут применять полученные навыки для самообразования, саморазвития, самореализации в жизни.



## 2.2 Приложения

### 2.2.1. Практическая работа. Параллелепипед. 5 класс

Ф. И. \_\_\_\_\_ дата \_\_\_\_\_

1. Объем прямоугольного параллелепипеда равен  $60 \text{ см}^3$ . Подберите свои размеры (длину, ширину и высоту) такого параллелепипеда.

| объем             | длина | ширина | высота |
|-------------------|-------|--------|--------|
| $60 \text{ см}^3$ |       |        |        |

2. Начертите объемное изображение своего параллелепипеда. Назовите его вершины буквами ABCDKLMN. Подпишите длины ребер в сантиметрах.

3. Заполните таблицу.

| Элементы | длина   | Периметр            |
|----------|---------|---------------------|
| Ребра AB |         |                     |
| BC       |         |                     |
|          |         |                     |
|          |         |                     |
|          |         |                     |
|          |         |                     |
|          |         |                     |
|          |         |                     |
|          |         |                     |
|          |         |                     |
|          |         |                     |
|          |         |                     |
| Грани    | площади | Площадь поверхности |
| ABCD     |         |                     |
|          |         |                     |
|          |         |                     |
|          |         |                     |
|          |         |                     |
|          |         |                     |
|          |         |                     |
|          |         |                     |

4. Используя данные таблицы, соберите объемную модель своего параллелепипеда из проволоки и трубочек. Сколько трубочек потребуется для выполнения модели, если длина одной трубочки \_\_\_\_\_ см. и трубочки можно разрезать.
5. Начертите развертку своего параллелепипеда точно по своим размерам.

6. Склейте модель параллелепипеда.  
 7. Как надо изменить размеры параллелепипеда, чтобы периметр увеличился в 2 раза?
- Приведите примеры со своими числами (запишите в таблицу)
  - Установите закономерность.
  - Сформулируйте вывод в виде правила «Если ..., то ...»

| длина | ширина | высота | периметр | вывод          |
|-------|--------|--------|----------|----------------|
|       |        |        |          | Если<br><br>то |
|       |        |        |          |                |
|       |        |        |          |                |
|       |        |        |          |                |
| a     | b      | c      | P        |                |
|       |        |        | 2P       |                |

8. Как надо изменить размеры параллелепипеда, чтобы площадь его поверхности увеличилась в 2 раза?
- Приведите примеры со своими числами (запишите в таблицу)
  - Установите закономерность.
  - Сформулируйте вывод в виде правила «Если ..., то ...»

| длина | ширина | высота | Площадь поверхности | вывод          |
|-------|--------|--------|---------------------|----------------|
|       |        |        |                     | Если<br><br>то |
|       |        |        |                     |                |
|       |        |        |                     |                |
|       |        |        |                     |                |
|       |        |        |                     |                |
|       |        |        |                     |                |
|       |        |        |                     |                |
| a     | b      | c      | S                   |                |
|       |        |        | 2S                  |                |
|       |        |        | 2S                  |                |
|       |        |        | 2S                  |                |

9. Как надо изменить размеры параллелепипеда, чтобы его объем увеличился в 2 раза?
- Приведите примеры со своими числами.
  - Установите закономерность.
  - Сформулируйте вывод в виде правила «Если ..., то ...»

| длина | ширина | Высота | объем | вывод                                                      |
|-------|--------|--------|-------|------------------------------------------------------------|
|       |        |        |       | Если<br><br>то<br><br>Если<br><br>то<br><br>Если<br><br>то |
|       |        |        |       |                                                            |
|       |        |        |       |                                                            |
|       |        |        |       |                                                            |
|       |        |        |       |                                                            |
|       |        |        |       |                                                            |
|       |        |        |       |                                                            |
| a     | b      | C      | V     |                                                            |
|       |        |        | 2V    |                                                            |
|       |        |        | 2V    |                                                            |
|       |        |        | 2V    |                                                            |

## 2.2.2. Материалы к мастер-классу конференции «Развитие творческих способностей в процессе обучения и воспитания на основе ТРИЗ» (Челябинск - 2007)

### 1. Тема «Умножение на 5»

| №      | Алгоритм            | Содержание                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | Комментарий 1                                                                                               | Комментарий 2                                                                                                                                                                                                                                                                                    |  |  |  |     |  |  |  |  |        |  |  |  |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                        |
|--------|---------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|--|-----|--|--|--|--|--------|--|--|--|--|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1      | Постановка проблемы | Звездолет. Авария. Чтобы запустить программу жизнеобеспечения, надо за одну минуту 10 пятизначных чисел умножить на количество членов экипажа. Ты – капитан. Вас на звездолете 5 человек. Можешь ли ты это сделать сейчас? Хочешь научиться? Сейчас научимся                                                                                                                                                                                                                                                                        | Принятие проблемы                                                                                           | Мотивация деятельности                                                                                                                                                                                                                                                                           |  |  |  |     |  |  |  |  |        |  |  |  |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                        |
| 2      | Сбор фонда          | <p>- Заполни таблицу</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>A</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>A·5</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>A·10:2</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>Фронтально заполняется 1 строка таблицы десятью числами от однозначных чисел до шестизначных. Дается время на заполнение таблицы. Или фронтально заполняются 3-4 столбика, а далее дается время для заполнения всей таблицы самостоятельно.</p> | A                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |  |  |  | A·5 |  |  |  |  | A·10:2 |  |  |  |  | <p>Вид фонда по способу формирования – создается в результате выполнения задания.</p> <p>2. Способ структурирования информации – автоматическое разбиение на группы по известному учителю признаку.</p> <p>Инструмент структурирования фонда – таблица, удобная для сопоставления результатов</p> | <p>Дидактические цели – нахождение значения буквенного выражения по заданному значению переменной,</p> <p>Отработка логического оборота «Если ..., то ...»,</p> <p>Отработка навыков устного счета</p> |
| A      |                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |  |  |  |     |  |  |  |  |        |  |  |  |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                        |
| A·5    |                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |  |  |  |     |  |  |  |  |        |  |  |  |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                        |
| A·10:2 |                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |  |  |  |     |  |  |  |  |        |  |  |  |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                        |
| 3      | Анализ фонда        | <p>1 способ</p> <p>- Расскажи, как ты так быстро справился с заданием? (Что ты увидел, заметил?)</p> <p>- Какую закономерность использовал ты?</p> <p>2 способ.</p> <p>- Рассмотрите заполненную таблицу.</p> <p>- Какие операции выполнялись для заполнения второй строки?</p> <p>- третьей строки? Чем они отличаются?</p> <p>- Чем они похожи?</p>                                                                                                                                                                               | <p>Формирование операций сопоставления, выявления общего, выявления отличий, выделения закономерностей,</p> | <p>Прием обучения анализу – озвученная вслух рефлексия того ученика, который быстро и верно выполнил задание повышенного уровня сложности (пятизначные, шестизначные числа).</p> <p>Повышенный уровень сложности провоцирует ученика к отказу от более трудоемкой для устного счета операции</p> |  |  |  |     |  |  |  |  |        |  |  |  |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                        |

| №  | Алгоритм                                             | Содержание                                                                                                                                                                                                                                                                                       | Комментарий 1                                                                                                                                                                                                                                         | Комментарий 2                                                                                                                                                                                             |
|----|------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 4. | Формулирование модели = гипотезы = правила           | - Сформулируй закономерность в виде правила при помощи оборота «Если надо ..., то можно ...»<br>- Запиши правило на математическом языке                                                                                                                                                         | Построение модели по готовой форме.<br>Представление модели в виде правила.<br>Символьная запись закономерности                                                                                                                                       | Формирование и развитие устной и письменной математической речи                                                                                                                                           |
| 5. | Проверка модели на истинность, доказательство модели | - Возьмите несколько чисел. – Проверьте, работает ли правило для них.<br>Доказательство проводит учитель в виде фронтальной беседы с записью на доске.<br>$a * 10 : 2 =$ порядок действий<br>$= (a * 10) : 2 =$ правило деления произведения<br>$= a * (10 : 2) =$ выполним деление<br>$= a * 5$ | Проверка гипотезы на дополнительном фонде.<br><br>Способ доказательства зависит от места работы в учебном материале.<br>В конце учебного года можно найти с детьми другие способы доказательства, используя свойства обыкновенных и десятичных дробей | Формирование необходимости проверки и доказательства истинности математических утверждений.<br><br>Показывается, что для доказательства истинности можно опираться только на доказанные факты или аксиомы |
| 6. | Применение модели                                    | - во всех ли случаях при умножении на 5 обязательно надо использовать именно это правило?                                                                                                                                                                                                        | Внедрение модели.<br>Границы применимости модели.<br>Целесообразность использования модели в различных условиях                                                                                                                                       | Встраивание нового правила в систему знаний.<br>Формирование критичности мышления.<br>Накопление опыта выбора оптимального пути решения                                                                   |
| 7. | Конструирование новой модели по аналогии             | - как быстро умножить на 25? 50?...<br>- составьте и заполните таблицу<br>- сформулируйте правило.<br>- докажите.<br>- придумайте свои примеры, задачи                                                                                                                                           | Формирование навыков самостоятельного исследования с использованием опоры                                                                                                                                                                             | Формирование поисковой активности и подкрепление ее конструктивным исследовательским поведением.<br>Развитие самостоятельности                                                                            |
| 8. | Конструирование обратной модели по аналогии          | - как быстро разделить на 5? На 25? На 50?<br>- составьте план работы.<br>- без какого пункта плана не обойтись? Почему?                                                                                                                                                                         | Формирование навыков самостоятельного исследования с самостоятельным планированием действий по аналогии                                                                                                                                               | Рефлексия.<br>Выход на обобщение. Выявление главных этапов исследования (фронтально).<br>Формирование умения планировать действия                                                                         |

## 2. Построение определения окружности

|    | Алгоритм             | Содержание                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | Комментарий                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | Комментарий                                                                                                                         |
|----|----------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. | Постановка проблемы. | <ul style="list-style-type: none"> <li>- отметьте в середине листа точку, обозначьте ее буквой.</li> <li>- установите на линейке свою мерку (не более половины листа)</li> <li>- нарисуйте 10 точек, удаленных от данной точки на расстояние, равное вашей мерке.</li> <li>- нарисуйте ещё 10 таких точек,</li> <li>- ещё 10.</li> <li>- сколько таких точек можно нарисовать?</li> <li>- нарисуйте все</li> </ul> | Принятие проблемы                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | Мотивация деятельности – неизвестно, что получится, ведь у каждого своя мерка                                                       |
| 2. | Сбор фонда           | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Какая фигура получилась у ...?</li> <li>- Какая фигура получилась у ...?</li> <li>- Какая фигура получилась у ...?</li> <li>- Получилась ли у кого-то другая фигура? Почему? Чего не хватает?</li> </ul>                                                                                                                                                                  | Вид фонда по способу формирования – создается в результате выполнения задания, состоит из объектов, сконструированных самостоятельно, объектов столько-сколько детей. Способ структурирования информации – фонд не нуждается в структурировании, т.к. создается по известному учителю признакам, без посторонних объектов | Понимание значения алгоритмической культуры – нарушил последовательность шагов, неточно выполнил или понял задание – нет результата |
| 3. | Анализ фонда         | <ul style="list-style-type: none"> <li>- каждый из вас построил геометрическую фигуру.</li> <li>- что у них общего?</li> <li>- чем они отличаются?</li> <li>В математике такие фигуры называются окружностями.</li> <li>- Из чего состоит окружность?</li> <li>- Каким свойством</li> </ul>                                                                                                                        | Формирование операций сопоставления, выявления общего, выявления отличий, выделения закономерностей                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                     |

|    | Алгоритм                                             | Содержание                                                                                                                                                                                                                                                          | Комментарий                                                                          | Комментарий                                                                                                                                                |
|----|------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    |                                                      | должны обладать точки, чтобы составить окружность?<br>- Используй оборот «Если..., то ...»<br>- Какие точки не попадут на окружность?<br>- Используй оборот «Если..., то ...»                                                                                       |                                                                                      |                                                                                                                                                            |
| 4. | Формулирование модели = гипотезы = правила           | Постройте определенные окружности по схеме:<br>название –<br>2. группа (что?)<br>3. существенные признаки (какое?)                                                                                                                                                  | Построение модели по готовой форме                                                   | Формирование и развитие устной и письменной математической речи. Развитие навыка работы с определением                                                     |
| 5. | Проверка модели на истинность, доказательство модели | - Возьмите свои несколько мерок. - проверьте, работает ли определение для них?<br>- постройте контрпримеры по определению, постройте ловушки по определению.<br>- Все математики всего мира договорились определять окружность именно так<br>Определение – договор. | См. методику работы с определением.<br><br>Определение не нуждается в доказательстве | Формирование необходимости проверки и доказательства истинности математических утверждений.<br><br>Показывается, строгость математических понятий, аксиомы |
| 6. | Применение модели                                    | Изучение окружности, как математического объекта :<br>- элементы основные и дополнительные<br>- свойства<br>- применение                                                                                                                                            | См. методику работы с математическим объектом.                                       | Встраивание нового правила в систему знаний                                                                                                                |
| 7. | Конструирование новой модели по аналогии             | Конструирование определения для радиуса, диаметра, хорды                                                                                                                                                                                                            | Формирование навыков самостоятельного исследования с использованием опоры            | Формирование поисковой активности и подкрепление ее алгоритмизованной опорой действия. Развитие самостоятельности                                          |