

*Жеребцова А.В., учитель
гимназии №9 г.Тольятти*

Поисковая работа на основе текста одной задачи как средство обучения анализу в курсе математики

Ученики начальных классов часто испытывают трудности при решении задач. Не все ученики понимают текст задачи, могут проследить в тексте причинно-следственные связи, выделить объекты и величины, построить модель задачи и найти решение. Особую трудность представляет решение задач с тремя величинами (например, скорость – время – расстояние; производительность – время – работа и т.п.).

Мы предлагаем организовать поисковую работу на основе текста одной задачи. Рассмотрим возможные виды такой работы. В качестве примера проанализируем следующую задачу.

Задача. Два переплётчика переплетали книги. Первый переплётчик переплетал в среднем по 5 книг в день и переплёл всего 75 книг. Второй переплётчик, работая столько же дней, переплетал по 7 книг в день. Сколько всего книг переплели два переплётчика?

Выделим в задаче условия и вопрос. Рассмотрим, какие выражения можно получить из текста условия этой задачи.

1. $75 : 5 = 15$ (дней). Время выполнения всей работы (переплёт 75 книг) первым переплётчиком. Время работы каждого переплётчика.
2. $15 \times 7 = 105$ (книг). Число книг, переплетённых вторым переплётчиком, за весь период работы – за 15 дней. Объём работы, выполненной вторым переплётчиком за всё время работы.
3. $7 \times 2 = 14$ (книг в день). Общая производительность труда, при условии, что первый переплётчик работает с производительностью второго.
4. $7 + 5 = 12$ (книг в день). Производительность совместной работы двух переплётчиков, измеренная в книг/день.
5. $7 - 5 = 2$ (книг в день). Две книги второй переплётчик переплетал каждый день сверх того, что переплетал первый. На сколько производительность труда второго больше, чем первого. Разность скоростей работы.
6. $75 + 105 = 180$ (книг). Количество книг, которые переплетены двумя переплётчиками за 15 дней.
7. $15 \times 2 = 30$ (дней). Столько дней пришлось бы работать одному переплётчику, если бы другой не работал.
8. $5 \times 30 = 150$ (книг). Количество книг, которые переплёл бы первый переплётчик, выполняя работу за себя и за второго переплётчика, не меняя скорости работы.
9. $5 \times 2 = 10$ (книг в день). Производительность труда совместной работы при условии, что производительность второго переплётчика будет равна производительности первого.
10. $12 \times 15 = 180$ (книг). Объём всей выполненной совместной работы.
11. $2 \times 15 = 30$ (книг). На столько больше книг переплёл за 15 дней второй переплётчик, чем первый.
12. $75 \times 2 = 150$ (книг). Столько книг переплели бы оба за весь период работы, если бы второй переплёл столько же, сколько первый.
13. $150 + 30 = 180$ (книг). Число книг, переплетённых двумя переплётчиками за 15 дней.
14. $105 \times 2 = 210$ (книг). Столько книг переплели бы оба переплётчика за 15 дней, если бы первый работал с той же производительностью труда, что и второй.
15. $210 + 150 = 360$ (книг). Столько книг переплели бы оба, если бы работали 30 дней.
16. $14 \times 15 = 210$ (книг). Объём работы, выполненной за 15 дней двумя переплётчиками, если бы оба работали с производительностью второго.
17. $360 : 2 = 180$ (книг). Количество всех реально переплетённых переплётчиками книг.

18. $12 : 2 = 6$ (**книг в день**). Производительность труда одного переплётчика при условии работы с одинаковой скоростью.
19. $6 \times 15 = 90$ (**книг**). Столько книг переплетал бы каждый за всё время работы, работая со средней производительностью труда (по отношению к реальным значениям производительности труда каждого).
20. $90 \times 2 = 180$ (**книг**). Общий объём совместной работы.
21. $7 \times 30 = 210$ (**книг**). Столько книг переплёл бы второй переплётчик, если бы работал за себя и за первого, не меняя производительности труда.
22. $210 - 30 = 180$ (**книг**). Реальный общий объём работы.
23. $10 \times 15 = 150$ (**книг**). Переплели бы два переплётчика, если бы оба работали с производительностью первого.
24. $6 \times 30 = 180$ (**книг**). Если общую производительность труда уменьшить в два раза ($12 : 2 = 6$), а время работы увеличить в два раза ($15 \times 2 = 30$), то общий объём работы не измениться.
25. $15 : 5 = 3$ (**недели**). Если число 5 будет обозначать 5 раб. дн. в нед., то результат этого действия покажет, сколько рабочих недель работали переплётчики.
26. 5×5 (**раб. дн. в нед.**) = 25 (**кн. за нед.**). Количество книг, переплетённых первым за пятидневную рабочую неделю.
27. 7×5 (**раб. дн. в нед.**) = 35 (**кн. за нед.**). Количество книг, переплетённых вторым за пятидневную рабочую неделю.
28. $35 - 25 = 10$ (**книг**). На столько книг второй переплётчик переплетает больше первого за неделю.
29. $10 \times 3 = 30$ (**книг**). На столько книг второй переплётчик переплетает больше первого за всё время.
30. $25 + 35 = 60$ (**кн. за нед.**). Количество книг, переплетённых двумя переплётчиками за пятидневную рабочую неделю.
31. $60 \times 3 = 180$ (**книг**). Объём совместной работы двух переплётчиков за три рабочих недели.
32. $30 : 5 = 6$ (**дней**). Столько дней понадобилось бы первому ещё (дополнительно к отработанным), чтобы переплести столько же книг, сколько переплёл второй.
33. $15 + 6 = 21$ (**день**). Столько дней понадобилось бы первому для выполнения объёма работы второго.
34. $5 \times 21 = 105$ (**книг**). Объём работы, равный объёму, выполненному вторым переплётчиком, за весь период работы.
35. $21 + 15 = 36$ (**дней**). Столько дней понадобилось бы первому переплётчику, чтобы самостоятельно выполнить требуемый объём работы с производительностью 5 книг в день.
36. $5 \times 36 = 180$ (**книг**). Число равно числу книг, переплетённых двумя переплётчиками за 15 дней.

Какие же задания могут выполнять учащиеся по этим задачам?

1. Задания на составление числовых выражений и равенств по условию данной задачи.
 - 1.1. Составьте как можно больше числовых выражений с данными задачи и со значениями ранее составленных выражений.
 - 1.2. Вычислите значение каждого выражения и запишите равенства. Определите смысл каждого выражения и его значения. Подготовьтесь к представлению результатов вашей работы друг другу (классу).
 - 1.3. Есть ли среди составленных выражений те, значения которых позволяют ответить на вопрос задачи?
 - 1.4. Выпишите в отдельные столбцы те составленные вами действия, которые имеют смысл по задаче, и те, которые, по вашему мнению, не имеют смысла.

- 1.5. Выпишите из составленных вами выражений (равенств) последовательности действий, составляющие решение задачи. Найдите несколько решений.
 - 1.6. Определите (по задаче) смысл каждого действия деления (сложения, умножения, вычитания). Чем похожи и чем отличаются смыслы действий деления?
 - 1.7. Составьте по 8 разных числовых выражений с каждой парой числовых данных (с каждым арифметическим действием - по два выражения, отличающихся порядком действий.) Какие из этих выражений имеют смысл в ситуации задачи, а какие нет? Вычислите, если можете, значения выражений. Значения каких выражений вы не можете вычислить? Почему?
 2. Задания по заранее составленным выражениям и равенствам.
 - 2.1. Прочитайте задачу и рассмотрите равенства.
 - 2.2. Запишите пояснения к каждому равенству.
 - 2.3. Выпишите как можно больше последовательностей равенств, задающих решение задачи (выпишите решение задачи).
 - 2.4. Выпишите равенства, в которых оба компонента действия – данные в задаче числа. Какую новую информацию раскрывают эти действия?
 - 2.5. Выпишите такие решения задачи, в которых применена зависимость: а) (пропорциональная) значений величин: «Если значение одной величины увеличить в несколько раз, то значение другой величины увеличится (уменьшится) во столько же раз»; б) произведение скорости равномерной работы на время равно общему объёму выполненной работы; в) числовое значение производительности труда при совместной работе равно сумме числовых значений производительностей труда участников совместной работы при условии, что производительность труда измерена в одних и тех же единицах; г) «Чтобы найти, на сколько одно число (значение величины) больше или меньше другого, нужно из большего числа (значения величины) вычесть меньшее и т.д.
 - 2.6. Сравните найденные решения и выделите решение: а) содержащее наименьшее количество действий; б) содержащее наибольшее количество действий; в) самое понятное (непонятное) решение; г) самое необычное решение; д) решение, которое больше всего понравилось (удивило); е) решения, которые можно найти и без составленных равенств; ж) решения, которые без данных равенств найти трудно.
 - 2.7. Какую дополнительную информацию об объектах и событиях, описанных в задаче, сообщает каждое равенство?
 - 2.8. Числовое равенство – это записанная на языке математики некоторая информация. Пояснение к равенству – такая же информация, записанная на обычном русском языке. Как ещё можно представить эту информацию? Представьте её с помощью предметной модели, геометрической модели, аналитической модели (на рисунке, чертеже – на отрезках, прямоугольниках; в виде формулы).
 - 2.9. На каком языке – математическом или обычном русском – информация записывается короче. Верно ли что, математику изобрели для того, чтобы можно было записывать, сохранять информацию, тратя на запись и на прочтение записи меньше времени?
 - 2.10. К каждому равенству сделайте пояснения по-разному (устно, письменно). Читается равенство. Учащийся даёт к нему пояснение. Другой учащийся должен дать другое пояснение, следующий – третье и т.д.
 - 2.11. К равенствам (указываются номера равенств) сделать пояснения с помощью отрезков (чертежа, геометрических построений, рисунка, действий с предметами...).
- Выполнение заданий можно организовать по-разному: в коллективной деятельности с выслушиванием всех мнений учащихся, обсуждением вариантов; в самостоятельной

работе с последующей проверкой; в групповой или парной работе с последующим представлением результатов работы перед классом.

По некоторым задачам можно организовывать конкурсы: на составление наибольшего количества имеющих смысл в ситуации задачи равенств, на самое оригинальное равенство; на самое грамотное, самое смешное, самое точное пояснение; на наибольшее количество «выуженных» из равенств разных способов решения и др.

Можно предположить, что, анализируя таким образом текст задачи, учащиеся приобретают следующие умения:

- внимательно читать и понимать текст задачи;
- выявлять все возможные связи между величинами;
- подробно объяснять значения каждого действия с величинами.

Такая работа обеспечивает дифференциацию деятельности учащихся, реализует принципы личностно-ориентированного обучения. Каждый ученик составит такие и столько выражений, какие отразят его индивидуальные способы восприятия задачи, уровень знаний, темп работы и т.д. Защита равенств и их смыслов, «презентация» результатов выполнения любого из заданий обогатит понимание учащимися задач, арифметических действий, в целом языка математики как языка, поможет детям лучше узнать себя и друг друга. Здесь задачи выступают и как цель, и как средства обучения и воспитания.

Представляемые виды работы с задачей способствуют развитию устной (если пояснения делаются устно) и письменной (когда пояснения записываются) речи. Пояснение к любому равенству можно сформулировать многими способами и с помощью различных средств как вербального языка жестов, предметных действий, движений, геометрических построений и т.п.